

Završni ispit iz Matematike 1 VViU

grupa B

16.1.2018.

- 1. (10 bodova)** Ako je $\sin x + \cos x = a$, za neki $x \in \left[\frac{21\pi}{4}, \frac{25\pi}{4}\right]$, koliko je

$$\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{ctg}^2 x,$$

izraženo u ovisnosti o a ?

- 2. (10 bodova)** Riješite nejednadžbu

$$\sin^4 x - 3 \cos^4 x \leq \frac{1}{2} [(\sin x + \cos x)^2 - 1]^2.$$

- 3. (10 bodova)** Za koje vrijednosti realnih parametara a , b i c će jednadžba

$$x^2 + 2ax - 5x + y^2 - 2by + 4y + a^2 - 5a + 10 + b^2 - 4b + \frac{1}{4} - c^2 = 0$$

biti jednadžba kružnice koja je koncentrična kružnici $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 5 = 0$ i koja dira pravac $y = x - 1$?

- 4. (20 bodova)**

a) Odredite sve kompleksne brojeve z za koje je

$$\frac{z}{\bar{z}} + \frac{\bar{z} - 1}{z \cdot \bar{z}} = i^6 + i^{11} + i^{16} + i^{21} + i^{26} + \dots + i^{551},$$

te ih skicirajte u kompleksnoj ravnini.

b) Odredite skup svih rješenja sustava nejednadžbi

$$\left| z + \frac{1}{2} \right| > 1,$$

$$\operatorname{Re} \left(z - \frac{1}{3} + i \right) < \operatorname{Im} \left(z - 3 + \frac{1}{6}i \right),$$

i skicirajte ga u kompleksnoj ravnini. Pritom je z kompleksni broj.

c) Odredite i skicirajte u kompleksnoj ravnini sve kompleksne brojeve z koji istovremeno zadovoljavaju jednadžbu iz a) dijela zadatka i sustav nejednadžbi iz b) dijela zadatka.

Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i prazne papire, kao i službeni podsjetnik.