

Logaritamske i eksponencijalne jednačbe i nejednačbe

Definicije i formule:

1. $b^{\log_b x} = x$ i $\log_b b^x = x$.

2. $\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$.

3. $\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$.

4. $\log_b x^y = y \log_b x$.

5. $\log_b x = \frac{\log_c x}{\log_c b}$

1. Produkt rješenja jednačbe $\log_5(10 \log \log_3 x) = \log_5 2 + 1$ i jednačbe $\log_3 x = \log_3 81 - 9$ je
a) 3^{30} b) 3^{10} c) 3^{-50} d) 3^5

2. Suma rješenja jednačbi $2^{6x+4} = 0.25^x$ i $5^{3x-1} + 5^{3x} + 5^{3x+1} = 31$ iznosi
a) $-\frac{1}{6}$ b) $-\frac{7}{15}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $-\frac{2}{3}$

3. Produkt rješenja jednačbe $\log_{\frac{1}{3}} \left(\log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{27} \log_3(x-1) \right) \right) = -1$ i jednačbe $2^{\log_5 x} = 4$ jednak je
a) 20 b) 100 c) 29 d) 15

4. Suma rješenja jednačbi $0.5^{2-x} = 0.125$ te $5^{x+1} - 5^{x-1} = 24$ iznosi
a) 1 b) -1 c) 2 d) 0

5. Rješenje jednačbe $\log_{10}(3 + 2 \log_{10}(x+1)) = 0$ je:
a) $\frac{1}{10}$ b) $-\frac{1}{10}$ c) $-\frac{9}{10}$ d) $\frac{9}{10}$

6. Ako je $\log_3(x-1) = 2$ onda je $x =$
a) 10 b) 9 c) 7

7. Koji od ovih izraza nije točan
a) $\log \frac{1}{3} = -\log 3$ b) $\log \frac{1}{2} > \log \frac{1}{3}$ c) $\log 20 < 2 \log 10$ d) $2 \log \frac{1}{2} > \log \frac{1}{2}$ e) $\log \left(\frac{1}{2} \right)^2 < \log \frac{1}{2}$

8. Jednačba $5^{2x+2} + 15 \cdot 5^{x-1} = 28$
a) ima jedno rješenje b) ima dva rješenja c) nema rješenja d) ima beskonačno rješenja
e) ništa od toga

9. Zbroj rješenja jednačbe $(\log x - 2)(\log x - 3) = 2$ jednak je
a) 20 000 b) 2 000 c) 1 010 d) 20 e) 10 010

Rješenja: 1.d, 2.a, 3.b, 4.d, 5.c, 6.a, 7.d, 8.a, 9.e

1. Riješi jednađbu $4 \log x + 3 \log x^2 - 2 \log x^3 - \log x^4 = 2 \log x - 4$
Rješenje: $x = 100$

2. Izračunaj $\log_2(4^x + 4) = x + \log_2(2^{x+1} + 3)$
Rješenje: $x = 0$

3. Riješi nejednađbu $\log_2 x - \frac{2}{\log_2 x - 1} \leq 0$
Rješenje: $< 0, \frac{1}{2}] \cup < 2, 4]$

4. Riješi nejednađbu $\log_2(x^2 + 3x) \leq 2$
Rješenje: $x \in < 0, 1]$

5. Riješi sustav $x^2 + xy = 74$ i $\log \sqrt{x} + \log \sqrt{y} = \frac{1}{2}$
Rješenje: $x = 8, y = \frac{5}{4}$

6. Riješi jednađbu $2^{x-1} - 2^{x-3} = 3^{x-2} - 3^{x-3}$
Rješenje: $x = 4$

7. Riješi jednađbu $3^{|3x-4|} = 9^{2x-3}$
Rješenje: $x = 2$

8. Riješi nejednađbu $3^{\frac{1}{x}} + 3^{3+\frac{1}{x}} \geq 84$
Rješenje: $x \in < 0, 1]$