Završni ispit iz Matematike 1 VViU
grupa A
16.1.2018.

1. (10 bodova) Ako je $\sin x + \cos x = a$, za neki $x \in \mathbb{R}$, koliko je

$$\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{ctg}^3 x,$$

izraženo u ovisnosti o a?

2. (10 bodova) Riješite nejednadžbu

$$\cos^4 x + \sin^4 x > \frac{5}{6}\left[(\sin x + \cos x)^2 - 1\right]^2.$$

3. (10 bodova) Za koje vrijednosti realnih parametara k, m i n će jednadžba

$$x^2 + y^2 + 2mx - 2ny - 5x + 4y + m^2 + n^2 - 5m - 4n + \frac{41}{4} - k^2 = 0$$

biti jednadžba kružnice koja je koncentrična kružnici $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 5 = 0$ i koja dira pravac $y = x - 1$?

4. (20 bodova)
a) Odredite sve kompleksne brojeve z za koje je

$$\frac{\overline{z}}{z} + \frac{z-1}{|z|^2} = i - i^8 + i^{15} - i^{22} + i^{29} - \cdots - i^{792},$$

te ih skicirajte u kompleksnoj ravnini.
b) Odredite skup svih rješenja sustava nejednadžbi

$$\left|z + \frac{1}{2}\right| < \frac{3}{2},$$

$$Re\left(z - \frac{1}{3} + 3i\right) < Im\left(z - 2 + \frac{1}{6}i\right),$$

i skicirajte ga u kompleksnoj ravnini. Pritom je z kompleksni broj.
c) Odredite i skicirajte u kompleksnoj ravnini sve kompleksne brojeve z koji istovremeno zadovoljavaju jednadžbu iz a) dijela zadatka i sustav nejednadžbi iz b) dijela zadatka.

Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i prazne papire, kao i službeni podsjetnik.